

2018~2019学年天津河西区天津市第四十一中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8题，每小题3分，共24分）

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 2$ ， $B = 60^\circ$ ， $C = 75^\circ$ ，则 b 等于（ ）.

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\frac{8}{3}$

2. 已知点 $A(1, 3)$ ， $B(4, -1)$ ，则与向量 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量为（ ）.

- A. $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ B. $\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ C. $\left(-\frac{3}{4}, \frac{4}{5}\right)$ D. $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

3. 圆锥的轴截面是边长为2的正三角形，则圆锥的表面积为（ ）.

- A. $(\sqrt{3} + 1)\pi$ B. 4π C. 3π D. 5π

4. 下面四个命题：

- ①若直线 a ， b 异面， b ， c 异面，则 a ， c 异面；
②若直线 a ， b 相交， b ， c 相交，则 a ， c 相交；
③若 $a \parallel b$ ，则 a ， b 与 c 所成的角相等；
④若 $a \perp b$ ， $b \perp c$ ，则 $a \parallel c$.

其中真命题的个数为（ ）.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

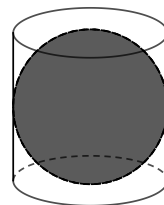
5. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (1, 0)$ ， $\vec{c} = (3, 4)$. 若 λ 为实数， $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \parallel \vec{c}$ ，则 $\lambda =$ （ ）.

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

6. 已知向量 $\vec{a} = (k, 3)$ ， $\vec{b} = (1, 4)$ ， $\vec{c} = (2, 1)$ ，且 $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \perp \vec{c}$ ，则实数 $k =$ （ ）.

- A. $-\frac{9}{2}$ B. 0 C. 3 D. $\frac{15}{2}$

7. 如图所示是古希腊数学家阿基米德墓碑上刻着的一个圆柱，圆柱内有一个内切球，这个球的直径恰好与圆柱的高相等，相传这个图形表达了阿基米德最引以为自豪的发现. 我们来重温这个伟大发现圆柱的体积与球的体积之比和圆柱的表面积与球的表面积之比分别为（ ）.



- A. $\frac{3}{2}, 1$ B. $\frac{2}{3}, 1$ C. $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

8. 设四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $|\overrightarrow{AB}| = 6$ ， $|\overrightarrow{AD}| = 4$ ，若点 M ， N 满足 $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$ ， $\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{NC}$ ，则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NM} =$ （ ）.

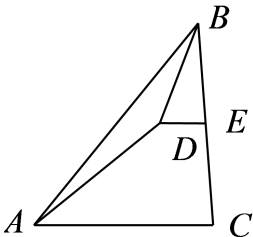
- A. 20 B. 15 C. 9 D. 6

二、填空题（本大题共6题，每小题4分，共24分）

9. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 3\sqrt{2}$ ， $\cos C = \frac{1}{3}$ ， $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$ ，则 $b =$ _____.

10. 一个球的内接正方体的表面积为54，则球的表面积为_____.

11. 如图，在山底测得山顶仰角 $\angle CAB = 45^\circ$ ，沿倾斜角为 30° 的斜坡走300米至 D 点，又测得山顶仰角为 75° ，则山高 $BC =$ _____米.



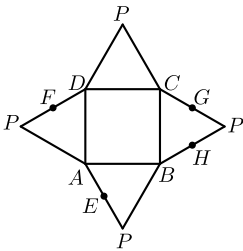
12. 已知非零向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}| = 4|\vec{a}|$ ，且 $\vec{a} \perp (2\vec{a} + \vec{b})$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

13. 在平面直角坐标系内， O 为坐标原点，四边形 $OABC$ 是平行四边形，且顶点 A ， B ， C 的坐标分别为 $A(4, a)$ ， $B(b, 8)$ ， $C(a, b)$ ，则 $\vec{AB}$ 在 $\vec{AO}$ 上的投影等于_____.

14. 如图是一几何体的平面展开图，其中四边形 $ABCD$ 为正方形， E ， F ， G ， H 分别为 PA ， PD ， PC ， PB 的中点，在此几何体中，给出线面结论：

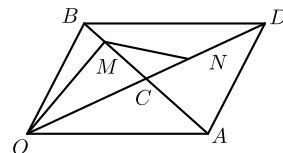
- ①直线 BE 与直线 CF 异面；
- ②直线 BE 与直线 AF 异面；
- ③ $PA \parallel$ 平面 BDG ；
- ④ $EF \parallel$ 平面 PBC ；
- ⑤ $FH \parallel$ 平面 BDG ；
- ⑥ $EF \parallel$ 平面 BDG ；
- ⑦平面 $EFGH \parallel$ 平面 $ABCD$ ；

其中正确结论的序号是_____.

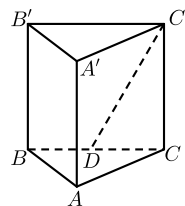


三、解答题（本大题共5题，共52分）

15. 如图所示，以向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 为边作平行四边形 $AOBD$, AB 与 OD 交于点 C , 又 $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$, 用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{ON}$, $\overrightarrow{MN}$.



16. 如图，正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的各棱长均为 2, D 为棱 BC 的中点.



(1) 求该三棱柱的表面积.

(2) 求异面直线 AB 与 C_1D 所成角的大小.

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c . 已知 $a = 1$, $b = 2$, $\cos C = \frac{1}{4}$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2) 求 $\cos(A - C)$ 的值.

18. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 120° , 且 $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$. 求.

(1) $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$.

(2) $|3\vec{a} - 4\vec{b}|$.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 已知 $\frac{2a}{\cos A} = \frac{3c - 2b}{\cos B}$.

(1) 若 $b = 3\sqrt{5} \sin B$, 求 a 的值.

(2) 若 $a = \sqrt{5}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{5}$, 求 $b + c$ 的值.

20. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D 是 BC 上一点, 且 $A_1B \parallel$ 平面 AC_1D , D_1 是 B_1C_1 的中点. 求证: 平面 $A_1BD_1 \parallel$ 平面 AC_1D .

